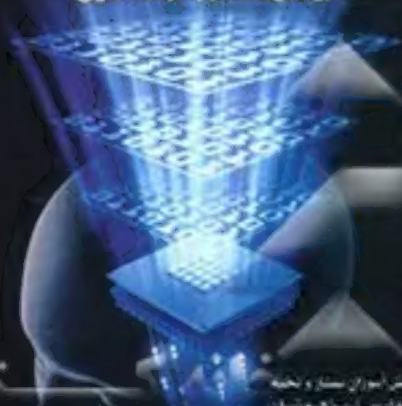


# ثرف اندینتنان

نیزهوشان

ریاضیات دوره راهنمایی



فایز استفاده برای دانش آموزان و نخبه  
جهت ورود به مدارهای اندیشه و  
نیزهوشان برای ورود به مدارهای  
و نمونه در دانش و اندیشه و نخبه

ویژگی های کتاب:

1. مفاهیم بنیادین ریاضی در قالب نکته

2. سؤال های المپیاد ریاضی ایران، بلژیک، بلغارستان و آفریقای جنوبی

3. تمام سرفصل های ریاضیات دوره سه ساله راهنمایی به تفکیک حساب و هندسه

4. سؤال های نیزهوشان، المپیاد ریاضی، مسابقات علمی، آزمون های نخبه و

5. پاسخنامه کامل و تشریحی و نکته به نکته برای تمامی سؤالات

مؤلف: اسماعیل نوری

سرشناسه : نژاد مبشر، مسعود، ۱۳۶۲ -

عنوان و نام پدیدآور: تیزهوشان ریاضیات دوره راهنمایی / مولف : مسعود نژاد مبشر.

مشخصات نشر: تهران، ۱۳۸۷ ژرف اندیشان.

مشخصات ظاهری : ۴۵۰ ص، مصور، جدول، نمودار.

شابک : ISBN -978-964-8951-93-6

وضعیت فهرست نویسی : فیپا. یادداشت: ۱۳۸۷ چاپ دوم.

موضوع : ریاضیات - آزمون ها و تمرین ها (راهنمایی)

موضوع : ریاضیات - مسایل، تمرین ها و غیره (راهنمایی)

موضوع : المپیادها (ریاضیات)

رده بندی کنگره : ۹ ر ۴۷ ن / ۲۶ / ۳۰۶۰ رده بندی دیویی : ۲۳۶۰۷۶

شماره کتاب شناسی ملی : ۱۳۰۶۳۷۲

عنوان ..... تیزهوشان ریاضیات دوره ی راهنمایی

ناشر ..... انتشارات ژرف اندیشان

مدیر مسئول ..... اسدالله آقاجانی

نوبت چاپ ..... دوم

شمارگان ..... ۳۱۰۰

حروفچینی ..... واحد فنی ژرف اندیشان

صفحه آرایي ..... واحد فنی ژرف اندیشان

طراح جلد : ..... سامان گلستانی

چاپ ..... ایمان

صحافی ..... البرز

قیمت ..... ۵۸۰۰ تومان

### ❖ توجه

کلیه حقوق این اثر برای موسسه فرهنگی - انتشاراتی ژرف اندیشان محفوظ است. هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق چاپ و نشر تمام یا بخشی از این اثر را به هر صورت اعم از کپی، چاپ کتاب و جزوه و حتی برداشت به صورت دست نویس ندارد. متخلفین به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشرین، تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

تلاش امروز = موفقیت فردا



ژرف اندیشان

نشانی انتشارات: تهران - میدان انقلاب - خیابان فخر رازی - بن بست فاتحی داریان پلاک ۳۱ ساختمان ژرف اندیشان

نمبر: ۶۶۴۸۲۷۴۰

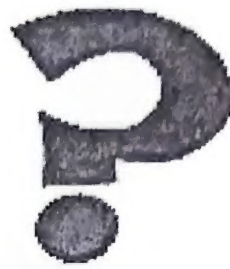
تلفن دفتر مرکزی: (۵۰ خط) ۶۶۴۸۲۵۶۰

تلفن راهنما: ۷۷۴۳۷۴۳۳

E-mail: info@jarfandishan.ir

www.jarfandishan.ir

اعتماد به نفس



هر جمله منفی که از ذهنتون فطور کنه یا به زبون بیارید، شاید با ۱۰ تا جمله مثبت قابل جبران نباشه. پس مثبت‌اندیش باشید و به خودتون، توانایی‌هاتون اعتماد داشته باشید و از اینکه به آرزوهاتون فکر کنید و اون‌ها رو بفواید تترسید. گاهی بعضی از افراد قبل از اینکه کاری را امتحان کنند به خودشون می‌گن مسلما من نمیتونم چنین چیزی رو داشته باشم یا به اینجا برسم پس متی به آرزوهاتون فکر هم نمی‌کنند و اون رو (ها) می‌کنند به خواسته‌های کوچکتری می‌اندیشند.



## به نام آن که جان را فکرت آموخت

یکی از راهبردهای مهم یادگیری، انجام تمرین‌های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است و در این راستا آشنایی با نمونه سوال‌های آزمون‌های ورودی و تمرین بر روی آن‌ها، می‌تواند یکی از عوامل مهم موفقیت در آزمون‌های تیزهوشان، المپیادهای ریاضی، مسابقات علمی و ... باشد.

کتابی که در مقابل پشمان جستجوگر شما قرار دارد، مجموعه‌ای از سوال‌های تیزهوشان، المپیادهای ریاضی ایران و جهان، آزمون‌های تیمز، مسابقات علمی و ... می‌باشد که متناسب با سرفصل‌های دوره راهنمایی تفکیک شده است، فمناً سعی شده است این کتاب برای عامه دانش‌آموزان دوره راهنمایی مفید واقع شود، اما دانش‌آموزان مستعد و علاقه‌مند به شرکت در آزمون‌های تیزهوشان و المپیادهای ریاضی، بهره‌ی بیشتری خواهند برد.

دانش‌آموزان علاقه‌مند به مسائل پیشرفته‌ی تیزهوشان و المپیادهای ریاضی با مطالعه این کتاب، بستر مناسب فکری و نظم ذهنی خواهند یافت که برای حل مسائل متنوع و خاص آماده شوند.

در انتقاب سوال‌ها تلاش کرده‌ام مسائل به‌گونه‌ای انتقاب شوند که حل هر سوال، مخاطبین را به حل سوال بعدی ترغیب نماید.

سوال‌هایی که با نماد (☆) مشخص شده‌اند، دارای مفاهیم بنیادین هستند، که دانش‌آموزان می‌توانند با مراجعه به پاسخ‌نامه تشریحی از این نکات بهره‌مند شوند.

از تمامی دبیران بزرگوار و دانش‌آموزان عزیز درخواست می‌شود، نظرات، پیشنهادات و انتقادات خود را به آدرس [mobasher.olimpiad@gmail.com](mailto:mobasher.olimpiad@gmail.com) ارسال نمایند، تا در چاپ‌های بعدی اصلاح گردد.

به امید آن که توانسته باشم قطره‌ای از دریای بی‌کران محبت پدر و مادر، را جبران کرده باشم، این اثر کوچک را به آن بزرگواران تقدیم می‌کنم و بوسه بر دستان همیشه مهربانشان می‌زنم.

در پایان لازم می‌دانم از بذل توجه و عنایات مدیریت موسسه - انتشاراتی ژرف‌اندیشان جناب آقای اسدالله آقاجانی و همچنین سرکار خانم معصومه رمضان‌ی که اینجانب را در تالیف کتاب حمایت کردند و همچنین دانش‌آموز محترم آقای محسن عزیزپور که زحمت ترجمه سوال‌های المپیاد را بر عهده داشتند، کمال تشکر و قدردانی را به عمل آورم.

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۲۲۱	فصل پانزدهم: (اعداد حقیقی)		حساب
۲۲۴	پاسخ تشریفی فصل پانزدهم	۷	فصل اول: (اعداد اول، مرکب، ...)
۲۲۷	فصل شانزدهم: (آمار و میانگین)	۱۲	پاسخ تشریفی فصل اول
۲۳۳	پاسخ تشریفی فصل شانزدهم	۲۱	فصل دوم: (مقسوم علیه های یک عدد، ...)
۲۴۱	فصل هفدهم: (معادله خط)	۲۶	پاسخ تشریفی فصل دوم
۲۵۱	پاسخ تشریفی فصل هفدهم	۳۳	فصل سوم: (توان)
۲۷۰	فصل هجدهم: (درستگاه معادلات خطی)	۴۳	پاسخ تشریفی فصل سوم
۲۷۵	پاسخ تشریفی فصل هجدهم	۵۹	فصل چهارم: (مبتنا «درستگاه شمار»)
	هندسه	۶۲	پاسخ تشریفی فصل چهارم
۲۸۱	فصل نوزدهم: (مثلث)	۶۹	فصل پنجم: (جزر و رادیکال)
۲۸۶	پاسخ تشریفی فصل نوزدهم	۷۸	پاسخ تشریفی فصل پنجم
۲۹۳	فصل بیستم: (چند ضلعی ها و چهارضلعی ها)	۹۳	فصل ششم: (مجموعه های اعداد طبیعی، ...)
۲۹۶	پاسخ تشریفی فصل بیستم	۹۷	پاسخ تشریفی فصل ششم
۳۰۱	فصل بیست و یکم: (زاویه و توازی)	۱۰۰	فصل هفتم: (مجموعه)
۳۰۷	پاسخ تشریفی فصل بیست و یکم	۱۰۴	پاسخ تشریفی فصل هفتم
۳۱۲	فصل بیست و دوم: (دایره)	۱۱۱	فصل هشتم: (اعداد اعشاری)
۳۲۲	پاسخ تشریفی فصل بیست و یکم	۱۱۴	پاسخ تشریفی فصل هشتم
۳۳۲	فصل بیست و سوم: (فیثاغورس)	۱۱۷	فصل نهم: (اعداد صحیح)
۳۳۹	پاسخ تشریفی فصل بیست و سوم	۱۲۰	پاسخ تشریفی فصل نهم
۳۴۸	فصل بیست و چهارم: (تالس و تشابه)	۱۲۳	فصل دهم: (اعداد گویا)
۳۵۴	پاسخ تشریفی فصل بیست و چهارم	۱۳۴	پاسخ تشریفی اعداد گویا
۳۵۹	فصل بیست و پنجم: (تقارن و دوران)	۱۵۲	فصل یازدهم: (نسبت، ...)
۳۶۱	پاسخ تشریفی فصل بیست و پنجم	۱۵۹	پاسخ تشریفی فصل یازدهم
۳۶۲	فصل بیست و ششم: (محیط، ...)	۱۷۱	فصل دوازدهم: (مفتمات و بردار)
۳۷۶	پاسخ تشریفی فصل بیست و ششم	۱۸۶	پاسخ تشریفی فصل دوازدهم
۳۹۴	فصل بیست و هفتم: (هوش و فلاقیات)	۱۸۷	فصل سیزدهم: (عبارت های جبری)
۴۰۴	پاسخ کلیدی فصل بیست و هفتم	۱۹۶	پاسخ تشریفی فصل سیزدهم
۴۰۵	فصل بیست و هشتم: (المپیادهای ریاضی ایران و جهان)	۲۰۵	فصل چهاردهم: (جبر و معادله)
۴۴۸	پاسخ کلیدی فصل بیست و هشتم	۲۱۲	پاسخ تشریفی فصل چهاردهم



# فصل اول: اعداد اول، مرکب، ...

- ☆ ۱- مجموع سه عدد فرد متوالی ۱۵۳ است، عدد بزرگ‌تر کدام است؟ (نمونه دولتی ۷۱)
- (۱) ۵۷ (۲) ۵۵ (۳) ۵۳ (۴) ۵۱
- ☆ ۲- مجموع دو عدد اول ۳۱ می‌باشد، اختلاف آن دو عدد کدام است؟ (تالیفی)
- (۱) ۲۹ (۲) ۲۷ (۳) ۳۳ (۴) ۲۵
- ☆ ۳- عدد طبیعی  $7 \times 25^2 \times 4^4$  بر چند عدد اول بخش پذیر است؟ (علامه طباطبائی ۷۷)
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۸
- ☆ ۴- کدام یک از اعداد زیر اول است؟ (نمونه دولتی ۷۲)
- (۱) ۱۸۷ (۲) ۱۱۰۱۱ (۳) ۲۰۰۱۳ (۴) ۱۰۳
- ☆ ۵- عدد  $5^n - 7^n$  بر کدام عدد بخش پذیر است؟ (تیزهوشان ۷۹)
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱۲ (۴) ۵
- ☆ ۶- اگر  $a$  مضربی از ۶ و  $b$  مضربی از ۱۵ باشد، باقی مانده تقسیم  $a$  بر  $b$  بر کدام یک از اعداد زیر همواره قابل قسمت است؟ (نمونه دولتی ۷۸ و ۷۷)
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶
- ☆ ۷- برای شماره‌گذاری صفحات یک کتاب ۴۵۰ رقم به کار رفته است. اگر شماره‌گذاری صفحات کتاب از ۱ شروع شده باشد، کتاب دارای چند صفحه است؟ (علامه طباطبائی ۸۲)
- (۱) ۱۸۶ صفحه (۲) ۴۵۰ صفحه (۳) ۱۷۶ صفحه (۴) ۲۲۵ صفحه
- ☆ ۸- به ازای کدام عدد طبیعی  $a$  عبارت  $2a^2 + 1$  عددی اول است؟ (نمونه دولتی ۸۱)
- (۱) ۷ (۲) -۳ (۳) صفر (۴) ۳
- ☆ ۹- در عدد  $99!$  چند عامل ۵ وجود دارد؟ (تیزهوشان ۷۹)
- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲
- ☆ ۱۰- مجموع سه عدد زوج متوالی همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟ (نمونه دولتی ۸۱)
- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۵
- ☆ ۱۱- سمت راست عدد  $9^{1377}$  کدام است؟ (تیزهوشان ۷۷)
- (۱) ۹ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۶



۱۳- تعداد اعداد مرکب طبیعی کوچکتر از ۱۰ برابر است با:

- (۱) ۸ تا (۲) ۱۲ تا (۳) ۱۱ تا (۴) ۱۰ تا

(لمونه مردمی ۷۶)

۱۳- با ارقام ۱، ۵، ۹، ۴ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می توان نوشت؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۳۲ (۳) ۱۲ (۴) ۳۴

(علامه طباطبایی ۷۶)

۱۴- در مجموعه  $A = \{x | x < 1382\}$  چند عدد اول وجود دارد که مجموع رقم هایش ۲ باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(لمونه دولتی ۸۴)

۱۵- عدد سه رقمی  $\overline{2a3}$  که با ۳۲۶ جمع شود عدد سه رقمی  $\overline{5b9}$  به دست می آید. اگر  $\overline{5b9}$  بر ۹

بخش پذیر باشد، آنگاه  $a + b$  برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(علامه طباطبایی ۸۰)

۱۶- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) تعداد اعداد اول کوچکتر از ۱۰، پنج تا است. (۲) عدد یک نه اول است و نه مرکب.

(۳) تعداد اعداد مرکب کمتر از ۱۰، پنج تا است. (۴) عدد طبیعی صفر نه مثبت است و نه منفی.

۱۷- من چه عددی هستم؟ عددی دو رقمی هستم که بر ۵ بخش پذیرم اما بر ۱۰ بخش پذیر نیستم. اگر

جای ارقام مرا عوض کنی، کعب تفاضل من با عدد نخست ۳ می شود.

- (۱) ۴۵ (۲) ۳۵ (۳) ۲۵ (۴) ۱۵

(علامه طباطبایی ۸۱)

۱۸- رقم یکان عدد  $3^{162} + 1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۹ (۳) ۱ (۴) ۳

(تیزهوشان ۷۹)

۱۹- دو عدد اول که مجموع آنها ۳۱ باشد، کدامند؟

- (۱) ۳ و ۲۸ (۲) ۵ و ۲۶ (۳) ۱۱ و ۲۰ (۴) ۲ و ۲۹

(المپیاد ۷۵-۶۵)

۲۰- می دانیم عدد  $A$  بر ۳، ۶، ۱۰ بخش پذیر است. در این صورت کدام درست است؟

(۱)  $A$  بر ۱۸ بخش پذیر است. (۲)  $A$  بر ۹ بخش پذیر است.

(۳)  $A$  بر ۶۰ بخش پذیر است. (۴)  $A$  بر ۳۰ بخش پذیر است.

(علامه طباطبایی ۸۲)

۲۱- یکان عدد  $7^{1378}$  را به دست آورید؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) صفر

(تألیفی)

۲۲- باقیمانده تقسیم  $5^{1377}$  بر ۱۲ برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۴

(تیزهوشان ۷۷)

۲۳- باقی مانده تقسیم  $3^{28}$  بر ۵ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

(علامه طباطبایی ۸۳)

۲۴- حاصل  $\overline{ab} - \overline{ba}$  همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۹

(تیزهوشان ۷۹)





(علامه طباطبائی: ۸۰)

۲۵- رقم یکان  $A = 2 + 4 + 6 + \dots + 1380$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) صفر

۲۶- در مجموعه اعداد طبیعی چند عدد می توان یافت که نه مرکب باشد و نه اول و مضرب ۳ نیز باشد؟

- (۱) یک عدد (۲) هیچ (۳) بی شمار (۴) تنها دو عدد

۲۷- تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که بر ۴ بخش پذیرند ولی بر ۶ بخش پذیر نیستند عبارت است از:

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۶۵

۲۸- تعداد اعداد اول متمایز که عدد ۴۵۰۴۵ را می شمارند برابر است با:

- (۱) ۱ عدد (۲) ۳ عدد (۳) ۵ عدد (۴) ۶ عدد

۲۹- عدد ۳۰۰۳۰ بر چند عدد اول بخش پذیر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۰- اگر  $a$  عددی طبیعی باشد، کدام یک از اعداد زیر حتما عددی فرد است؟

- (۱)  $3a$  (۲)  $a^3$  (۳)  $3a+1$  (۴)  $2a^2+3$

۳۱- باقی مانده تقسیم  $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 99! + 100!$  بر ۷ چند است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۳۲- چند عدد از مجموعه زیر که شامل ۱۳۷۶ عضو است، بر ۱۱ بخش پذیر است؟

- (۱) ۶۸۸ (۲) ۱۳۷۶ (۳) ۳۴۴ (۴) ۱۷۲
- $A = \{1, 11, 111, 1111, \dots, 11, 11, \dots, 11\}$

۳۳- عدد  $15^8 \times 64$  بر چند عدد اول بخش پذیر است؟

- (۱) ۵ عدد (۲) ۴ عدد (۳) ۳ عدد (۴) ۲ عدد

۳۴- بین ۱ تا ۲۰۰۰ چند عدد صحیح وجود دارد که مضرب ۱۱ باشد ولی مضرب ۳ نباشد؟

- (۱) ۱۲۱ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲۲ (۴) ۱۲۳

(انرژی اتمی: ۷۴)

۳۵- رقم یکان عدد  $9^{999}$  برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۹

(انرژی اتمی: ۷۴)

۳۶- باقی مانده تقسیم عدد  $5^{1374}$  بر ۱۰۰۰ کدام است؟

- (۱) ۳۲۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۶۲۵ (۴) ۲۲۵

(انرژی اتمی: ۷۸)

۳۷- رقم یکان عدد  $1378^{1999} + 1999^{1378}$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

(المپیاد: ۷)

۳۸- حاصل  $3^{15} + 5^{13} + 2^{11}$  عددی است:

- (۱) اول (۲) زوج (۳) فرد (۴) گنگ





۳۹- باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۸ مساوی ۶ و باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۷ مساوی ۱ است. باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۵۶ برابر است با:

(انرژی اتمی ۷۷)

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۲ (۳) ۳۴ (۴) صفر

۴۰- در مجموعه  $A = \left\{ -(-2)^2, \sqrt[3]{27}, 10^3, \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} \right\}$  چند عدد اول وجود دارد؟

(المپیاد ۸)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۴۱- باقی‌مانده تقسیم  $5^{1374}$  بر ۳۱ برابر است با:

(المپیاد مقدماتی ۷۳)

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۲- رقم یکان  $23^{22} - 17^{17}$  برابر است با:

(په‌اردمین المپیاد ایران ۷۵)

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۳- رقم یکان  $3^{45}$  کدام است؟

(علامه طباطبائی ۷۵)

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۹ (۴) ۷

۴۴- اگر مجموع ارقام  $A$  را  $B$  و مجموع ارقام  $B$  را  $C$  فرض کنیم و  $C = 18$  باشد، باقی‌مانده  $A$  بر ۹

(المپیاد تهران)

برابر است با:

- (۱) ۹ (۲) ۳۶ (۳) صفر (۴) ۲

۴۵- باقی‌مانده تقسیم عدد  $5^{22} + 7$  بر ۸ برابر است با:

(سیزدهمین المپیاد ایران ۷۴)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۴۶- کدام عدد زیر اول است؟

(مفیده ۸۰)

- (۱) ۱۴۰۹ (۲) ۱۱۲۱۱

(۳)  $26^{198} + 125^{59} + 1$  (۴)  $(5^{11} + 5^{13} + \dots + 5^{99}) + 4^{52} + 1$

۴۷- تعداد عامل‌های مرکب عدد ۸۰۰ کدام است؟

(دکتر مسابی ۸۱)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۵

۴۸- کدام عدد زیر بر ۸۱ بخش‌پذیر است؟

(انرژی اتمی ۸۱)

- (۱)  $81^4 - 1$  (۲)  $80^4 + 1$  (۳)  $82^4 + 1$  (۴)  $82^4 - 1$

۴۹- رقم یکان عدد  $5^{224} \times 8^{542}$  کدام است؟

(مفیده ۸۲)

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) صفر (۴) نمی‌توان معلوم کرد



(هماهنگ مدارس ۸۳)

۵- چند عدد سه رقمی وجود دارد که بر ۱۹ بخش پذیر باشد؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۶ (۳) ۴۷ (۴) ۴۸

(مفید ۸۱)

۵۱- اگر عدد  $\overline{abcd}$  مضرب ۱۸ باشد، کدام یک از اعداد زیر مضرب ۱۸ خواهد بود؟

- (۱)  $\overline{a2b2c2d}$  (۲)  $\overline{a8bc91d}$  (۳)  $\overline{8bc9d1}$  (۴)  $\overline{9adca}$

(انرژی اتمی ۸۱)

۵۲- باقی مانده تقسیم عدد  $69^4 - 81^4$  بر ۱۲ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۱

(انرژی اتمی ۸۲)

۵۳- رقم یکان عدد  $13^{69} + 13^{82}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(مفید ۷۹)

۵۴- کدام عدد زیر اول است؟

- (۱) ۱۰۲۳ (۲) ۲۰۱۱ (۳) ۳۱۲۳ (۴) ۳۶۲۱

۵۵- مجموع مجزورات دو عدد اول برابر ۱۷۳ می باشد، مجذور مجموع دو عدد کدام است؟ (نمونه دولتی ۸۶)

- (۱) ۲۸۹ (۲) ۲۲۵ (۳) ۱۶۹ (۴) ۴۴۱

(علامه طباطبائی ۸۶)

۵۶- کدام عدد بر ۹ بخش پذیر است؟

- (۱)  $(46)^7 - 1$  (۲)  $(46)^7 + 2$  (۳)  $(46)^7 + 1$  (۴)  $(46)^7 + 9$

(انرژی اتمی ۸۶)

۵۷- در تجزیه عدد  $3^2 \times 4^3 \times 6^2$  چند عامل ۲ وجود دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۵

(انرژی اتمی ۸۶)

۵۸- حاصل  $7! \times 6!$  کدام است؟

- (۱)  $10!$  (۲)  $11!$  (۳)  $13!$  (۴)  $42!$

(انرژی اتمی ۸۶)

۵۹- باقی مانده تقسیم  $\underbrace{5555 \dots 555}_{\text{رقم } 1386}$  بر ۶ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(هماهنگ مدارس ۸۶)

۶۰- رقم یکان عدد  $A = 9^{12} + 3^{25}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(نمونه دولتی ۸۷)

۶۱- رقم یکان مجموع دو عدد  $A = 1378^{2004}$  و  $B = 1996^{1382}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۴





## پاسخ تشریحی: اعداد اول، مرکب، ...

### ۱- گزینه‌ی «۳»

**نکته‌ی ۱:** اگر مجموع تعدادی فرد عدد متوالی را داشته باشیم، عدد وسطی برابر است با حاصل تقسیم مجموع عددها بر تعدادشان.

$$۱۵۳ \div ۳ = ۵۱ \Rightarrow ۴۹, ۵۱, ۵۳$$

### ۲- گزینه‌ی «۲»

**نکته‌ی ۲:** اگر مجموع دو عدد اول، عددی فرد باشد، یکی از آن دو عدد اول حتماً ۲ است.

$$۳۱ - ۲ = ۲۹$$

بنابراین آن دو عدد ۲ و ۲۹ می‌باشند، لذا:

$$۲۹ - ۲ = ۲۷$$

### ۳- گزینه‌ی «۱»

**نکته‌ی ۳:** برای این‌که ببینیم یک عدد توان‌دار برچه اعداد اولی بخش‌پذیر است، کافی است پایه‌ها به اعداد اول تجزیه کنیم.

$$\begin{array}{c|c} ۴ & ۲ \\ ۲ & ۲ \\ ۱ & ۱ \end{array} \quad \begin{array}{c|c} ۲۵ & ۵ \\ ۵ & ۵ \\ ۱ & ۱ \end{array} \quad \begin{array}{c|c} ۷ & ۷ \\ ۱ & ۱ \end{array}$$

بنابراین عدد  $۴^۴ \times ۲۵^۲ \times ۷$  بر اعداد اول ۷، ۵، ۲ بخش‌پذیر است.

### ۴- گزینه‌ی «۴»

### ۵- گزینه‌ی «۱»

**نکته‌ی ۴:** به رابطه‌ی بین اعداد زوج و فرد دقت کنید:

عدد زوج	$\times$	عدد زوج	$=$	عدد زوج	عدد زوج	$\times$	عدد زوج	$=$	عدد زوج
عدد زوج	$\times$	عدد فرد	$=$	عدد زوج	عدد زوج	$\times$	عدد فرد	$=$	عدد زوج
عدد زوج	$\times$	عدد فرد	$=$	عدد فرد	عدد فرد	$\times$	عدد فرد	$=$	عدد فرد

$$\text{عدد زوج} = \text{فرد}^n - \text{فرد}^n$$

و هر عدد زوج بر ۲ بخش‌پذیر است.

همچنین برای حل این گونه سوال‌ها می‌توانید به  $n$  مقداری دلخواه بدهید و حاصل را بررسی کنید:

$$n=1 \Rightarrow ۷^n - ۵^n = ۷^1 - ۵^1 = ۲$$

$$n=2 \Rightarrow ۷^n - ۵^n = ۷^2 - ۵^2 = ۲۴$$

حاصل همواره عددی زوج است، بنابراین بر ۲ بخش‌پذیر است.



۶- گزینه‌ی «۳»

۷- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۵: برای اعداد طبیعی داریم:

(۹ رقم)  $1 \times 9 = 9$ : اعداد یک رقمی (۱, ۲, ۳, ..., ۹)(۱۸۰ رقم)  $2 \times 90 = 180$ : اعداد دو رقمی (۱۰, ۱۱, ۱۲, ..., ۹۹)(۲۷۰۰ رقم)  $3 \times 900 = 2700$ : اعداد سه رقمی (۱۰۰, ۱۰۱, ..., ۹۹۹)

$$9 + 180 + (\text{اعداد سه رقمی}) = 450 \Rightarrow \text{اعداد سه رقمی} = 450 - 189 = 261$$

$$261 \div 3 = 87$$

۸۷ (آمین) عدد سه رقمی، عدد ۱۸۶ می‌باشد، بنابراین کتاب ۱۸۶ صفحه دارد.

۸- گزینه‌ی «۴»

۹- گزینه‌ی «۴»

نکته‌ی ۶: علامت «!» فاکتوریل نام دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

و  $1! = 1$  می‌باشد.

چند عامل ۵ وجود دارد یعنی این‌که توان عدد ۵ چند است؟

$$99! = 99 \times 98 \times 97 \times \dots \times 2 \times 1$$

کافی است ببینیم از عدد ۱ تا ۹۹ چند مضرب ۵ وجود دارد؟

$$99 \div 5 = 19$$

۱۹ عامل ۵ داریم که اعداد ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ هر کدام ۲ عامل ۵ دارند یعنی  $19 + 3 = 22$ 

۱۰- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۷:



$$\text{عدد زوج} = 2k \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$\text{عدد فرد} = 2k + 1 \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$2k + (2k + 2) + (2k + 4) = 6k + 6 = 6(k + 1) = 6k'$$





۱۱- گزینه ی «۱»

نکته ی ۸: اعدادی که رقم یکان آن ها ۹ باشد، اگر به توان عدد فرد برسند، یکان آن ها برابر ۹ و اگر به توان عدد زوج برسند یکان آن ها برابر یک خواهد بود.

۱۲- گزینه ی «۴»

$$20 = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18\} = \text{اعداد مرکب طبیعی کوچکتر از } 20$$

۱۳- گزینه ی «۴»

یکان دهگان صدگان

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 2 & 2 \\ \hline \end{array} = 24$$

۱۴- گزینه ی «۲»

$$101, 11, 2 = \text{اعداد اول}$$

۱۵- گزینه ی «۳»

نکته ی ۹: عبارت  $abc$  یعنی حاصل ضرب سه عدد  $a$  و  $b$  و  $c$  در حالی که  $\overline{abc}$  عددی سه رقمی است که یکان آن  $c$ ، دهگان آن  $b$  و صدگان آن  $a$  می باشد.

$$\begin{aligned} \text{مجموع رقم های عدد } 5b9 \text{ یعنی } 5 + b + 9 \text{ باید مضرب } 9 \text{ باشد، بنابراین، رقم } b \text{ فقط می تواند } 4 \text{ باشد، بنابراین:} \\ 2a3 = 5b9 - 326 = 549 - 326 = 223 \Rightarrow a = 2 \\ a + b = 2 + 4 = 6 \end{aligned}$$

۱۶- گزینه ی «۲»

چون بر ۵ بخش پذیر است ولی بر ۱۰ بخش پذیر نیست، در نتیجه یکان آن ۵ می باشد و

۱۷- گزینه ی «۳»

دهگان  $x$  است:

$$10x + 5: \text{ عدد ابتدایی}$$

$$50 + x: \text{ بعد از عوض شدن}$$

$$(50 + x) - (10x + 5) = 27 \Rightarrow 50 + x - 10x - 5 = 27 \Rightarrow -9x = -18 \Rightarrow x = 2 \text{ (رقم دهگان)}$$

$$25 = \text{ عدد مورد نظر}$$

۱۸- گزینه ی «۱»

نکته ی ۱۰: روش تعیین یکان اعداد تواندار:

الف) اعدادی که رقم یکان آن ها یکی از اعداد ۰، ۱، ۵، ۶ باشد، به هر توانی برسند، یکان آن ها تغییر نمی کند.  
ب) اعدادی که رقم یکان آن ها ۴ باشد، اگر به توان زوج برسند یکانشان برابر ۶ و اگر به توان فرد برسند یکانشان برابر ۴ می باشد.

ج) اعدادی که رقم یکان آن ها ۹ باشد، اگر به توان زوج برسند یکانشان برابر ۱ و اگر به توان فرد برسند یکانشان برابر ۹ خواهد بود.

د) اعدادی که رقم یکان آن ها به ۲، ۳، ۷، ۸ ختم شود، یکان را به توان باقی مانده تقسیم آن عدد بر ۴ می رسانیم. (اگر باقی مانده صفر شد خود ۴ را در نظر می گیریم نه صفر را)



ابتدا رقم یکان  $3^{162}$  را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 162 & 4 \\ 160 & 40 \\ \hline & 2 \end{array}$$

$$3^2 = 9$$

$$3^{162} + 1 \rightarrow 9 + 1 = 10$$

۱۹- گزینه‌ی «۴»

۲۰- گزینه‌ی «۴»

۲۱- گزینه‌ی «۳»

با توجه به نکته‌ی ۱۰ داریم:

$$\begin{array}{r|l} 1378 & 4 \\ 1376 & 344 \\ \hline & 2 \end{array}$$

$$7^{1378} \rightarrow 7^2 = 49$$

۲۲- گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم  $5^2 = 25$  می‌باشد و باقی‌مانده  $5^2 = 25$  بر عدد ۱۲ برابر یک است. اگر  $5^2$  را به

هر توانی برسانیم، باقی‌مانده نیز به همان توان می‌رسد، پس باقی‌مانده  $(5^2)^{688}$  بر ۱۲ برابر است با  $1^{688}$  بنابراین،

باقی‌مانده  $5^{1376} = (5^2)^{688}$  بر ۱۲ برابر یک است. حال  $5^{1376}$  را در  $5^1$  ضرب می‌کنیم  $(5^{1376} \times 5^1 = 5^{1377})$

باقی‌مانده نیز در  $5^1$  ضرب می‌شود:  $(1 \times 5^1 = 5)$  بنابراین باقی‌مانده برابر ۵ است.

۲۳- گزینه‌ی «۴»

مشابه سوال ۲۲ داریم:

باقی‌مانده  $3^4 = 81$  بر ۵ برابر یک است، لذا، باقی‌مانده  $3^{28} = (3^4)^7$  بر ۵ برابر ۱ می‌باشد.

۲۴- گزینه‌ی «۴»

با توجه به نکته‌ی ۹ داریم:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (a + 10b) = 9a - 9b = 9(a - b)$$

۲۵- گزینه‌ی «۴»

نکته‌ی ۱۱:



$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مجموع اعداد طبیعی:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

مجموع اعداد زوج طبیعی:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

مجموع اعداد فرد طبیعی:

$$A = 2 + 4 + 6 + \dots + 1380 = 690 \times (691) = 476790$$





تنها عددی که نه اول است و نه مرکب، عدد یک است، که مضرب ۳ نیست.

۲۶- گزینه‌ی «۲»

چرا؟!

۲۷- گزینه‌ی «۱»

با توجه به نکته‌ی ۳ داریم:

۲۸- گزینه‌ی «۳»

۴۵۰۴۵	۳
۱۵۰۱۵	۳
۵۰۰۵	۵
۱۰۰۱	۷
۱۴۳	۱۱
۱۳	۱۳
۱	

$$45045 = 3^2 \times 5^1 \times 7^1 \times 11^1 \times 13^1$$

۲۹- گزینه‌ی «۴»

۳۰۰۳۰	۳
۱۰۰۱۰	۲
۵۰۰۵	۵
۱۰۰۱	۷
۱۴۳	۱۱
۱۳	۱۳
۱	

$$30030 = 3^1 \times 2^1 \times 5^1 \times 7^1 \times 11^1 \times 13^1$$

به نکته‌ی ۴ توجه کنید.

۳۰- گزینه‌ی «۴»

همان‌طور که مشخص است از عدد  $7!$  به بعد بر ۷ بخش‌پذیرند، پس کافی است باقی‌مانده

۳۱- گزینه‌ی «۴»

اعداد  $1!$  تا  $6!$  را بر ۷ محاسبه کنیم، با هم جمع کنیم (اگر عددی از هفت کمتر باشد، باقی‌مانده‌اش در تقسیم بر ۷ خودش می‌شود).

روش دیگر این است که  $1!$  تا  $6!$  را جمع کنیم و باقی‌مانده تقسیم بر ۷ را بیابیم:

$$1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! = 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 = 873$$

$$\begin{array}{r} 873 \quad 7 \\ 868 \quad 124 \\ \hline 5 \end{array}$$

چون همه رقم‌ها ۱ می‌باشد، بنابراین نصف اعداد این مجموعه بر ۱۱ بخش‌پذیرند یعنی

۳۲- گزینه‌ی «۱»

$$688 = 1376 \div 2 \text{ عدد بر } 11 \text{ بخش‌پذیرند.}$$



۳۳- گزینه‌ی «۳»

۱۵	۳	۶۴	۲
۵	۵	۳۲	۲
۱		۱۶	۲
		۸	۲
		۴	۲
		۲	۲
		۱	

۳۴- گزینه‌ی «۱» ابتدا تعداد مضرب‌های عدد ۱۱ را پیدا می‌کنیم که ۱۸۱ عدد می‌باشد:  $2000 \div 11 \approx 181$

از هر ۳ مضرب ۱۱ یکی مضرب ۳ است  $\{1, 22, 33, 44, 55, 66, \dots\}$  یعنی از ۱۸۱ مضرب ۱۱، ۶۰ عدد مضرب ۳ است  $(181 \div 3 \approx 60)$  بنابراین تعداد مضرب‌های ۱۱ که مضرب ۳ نیستند، ۱۲۱ عدد می‌باشد.  $(181 - 60 = 121)$

۳۵- گزینه‌ی «۴» به نکته‌های ۴ و ۱۰ دقت کنید.

۳۶- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۱۲:

$$3578 \div 10 \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} 8$$

باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۰ یعنی رقم یکان آن عدد:

$$3578 \div 100 \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} 78$$

باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۰۰ یعنی دو رقم سمت راست آن عدد:

$$3578 \div 1000 \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} 578$$

باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۰۰۰ یعنی سه رقم سمت راست آن عدد:

اگر حوصله داشته باشید! و توان‌های ۵ را بنویسید می‌بینید که از توان ۳ به بعد، اگر توان فرد باشد سه رقم سمت راست ۱۲۵ و اگر توان زوج باشد ۶۲۵ خواهد بود.

۳۷- گزینه‌ی «۱» به نکته‌ی ۱۰ دقت کنید.

۳۸- گزینه‌ی «۲» با توجه به نکته‌ی ۴ داریم:

$$\begin{array}{c} 3^{15} + 5^{13} + 2^{11} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{فرد} + \text{فرد} + \text{زوج} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{زوج} + \text{زوج} = \text{زوج} \end{array}$$

۳۹- گزینه‌ی «۲»

$$\begin{aligned} a &= 8m + 6 \\ a &= 7n + 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} 7a = 56m + 42 \\ 8a = 56n + 8 \end{cases} &\Rightarrow 8a - 7a = 56(n - m) + 8 - 42 \\ \Rightarrow a &= 56k - 34 \Rightarrow a = 56k' + 56 - 34 \Rightarrow a = 56k' + 22 \end{aligned}$$





اعداد اول این مجموعه عبارتند از:

۴۰- گزینه‌ی «۴»

$$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \frac{4}{2} = 2, 10^3, \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

باقی‌مانده تقسیم عدد  $125 = 5^3$  بر ۳۱ برابر یک است، حال باقی‌مانده تقسیم  $5^{1374} = (5^3)^{458} = (5^3)^{458}$

۴۱- گزینه‌ی «۳»

بر ۳۱ برابر ۱ می‌باشد.

یکان عدد  $23^{23}$  برابر یکان  $3^3$  خواهد بود که برابر ۷ است، یکان عدد  $17^{17}$  هم برابر یکان

۴۲- گزینه‌ی «۱»

$$7 - 7 = 0$$

۷ خواهد بود که برابر ۷ است، لذا:

۴۳- گزینه‌ی «۱»

$$3^{45} \rightarrow 3^1 = 3$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 4} \\ 44 \overline{) 11} \\ \underline{1} \end{array}$$

۴۴- گزینه‌ی «۳»

باقی‌مانده تقسیم  $25 = 5^2$  بر ۸ برابر ۱ است، بنابراین باقی‌مانده  $5^{22} = (5^2)^{11}$  بر ۸ برابر

۴۵- گزینه‌ی «۱»

باقی‌مانده تقسیم  $1^{11}$  بر ۸ است. که همان ۱ است. حال باقی‌مانده  $5^{22} + 7$  بر ۸ برابر باقی‌مانده تقسیم  $1 + 7$  بر ۸ می‌باشد که برابر صفر است.

عدد  $11211$  بر ۳ بخش‌پذیر است و اعداد  $1 + 125^{59} + 26^{198} + 1 + 4^{52} + (5^{11} + 5^{13} + \dots + 5^{99})$

۴۶- گزینه‌ی «۱»

اعدادی زوج هستند که بر ۲ بخش‌پذیرند.

۴۷- گزینه‌ی «۴»

۱+ تعداد عوامل اول + تعداد عوامل مرکب = تعداد کل مقسوم علیه‌ها

نکته‌ی ۱۳:



$$15 = (2+1) - (18) = (1+ \text{تعداد عوامل اول}) - (\text{تعداد کل مقسوم علیه‌ها}) = \text{تعداد عامل‌های مرکب}$$

با استفاده از اتحاد مزدوج  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  داریم:

۴۸- گزینه‌ی «۴»

$$82^4 - 1 = (82^2 - 1)(82^2 + 1) = (82 - 1)(82 + 1)(82^2 + 1) = (81)(83)(82^2 + 1)$$

مضرب ۸۱ می‌باشد

۴۹- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۱۴: از ضرب ۲ و ۵ رقم صفر ایجاد می‌شود، به طور کلی ۵ در هر عدد زوجی ضرب شود



یکان برابر صفر خواهد بود.



۵۰- گزینه‌ی «۳»

اولین عدد سه رقمی که بر ۱۹ بخش پذیر است ۱۱۴ و آخرین عدد سه رقمی که بر ۱۹ بخش پذیر

است عدد ۹۸۸ است. تعداد اعدادی که بر ۱۹ بخش پذیرند و بین این دو عدد وجود دارند برابرند با:

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله بین عددها}} + 1 = \frac{988 - 114}{19} + 1 = 46 + 1 = 47$$

۵۱- گزینه‌ی «۲»

عددی مضرب ۱۸ است (بر ۱۸ بخش پذیر است) که بر ۹ و ۲ بخش پذیر باشند (مضرب ۲ و ۹

باشند) یعنی مجموع ارقام آن مضربی از ۹ و رقم یکان آن زوج باشد.

۵۲- گزینه‌ی «۱»

با توجه به اتحاد مزدوج  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  داریم:

$$81^4 - 69^4 = (81^2 - 69^2)(81^2 + 69^2) = \cancel{(81 - 69)}^{12} \cancel{(81 + 69)}^k (81^2 + 69^2) = 12k$$

چون مضرب ۱۲ است بنابراین باقیمانده برابر صفر است.

۵۳- گزینه‌ی «۲»

با توجه به نکته‌ی ۱۰ داریم:

$$13^{82} + 13^{69} \rightarrow 3^2 + 3^1 = 9 + 3 = 12$$

۵۴- گزینه‌ی «۳»

گزینه‌ها ۱، ۳، ۴ همگی بر ۳ بخش پذیرند.

۵۵- گزینه‌ی «۲»

با توجه به نکته‌ی ۲ باید  $a^2$  عددی زوج و  $b^2$  عددی فرد باشند.

$$a^2 + b^2 = 173$$

↓ ↓  
فرد زوج

تنها عدد اول زوج عدد ۲ است. لذا،  $a^2 = 2^2 = 4$  می‌باشد، بنابراین:

$$b^2 = 173 - 4 = 169 \Rightarrow b = 13$$

$$(a + b)^2 = (2 + 13)^2 = 15^2 = 225$$

۵۶- گزینه‌ی «۱»

مشابه سوال ۲۲ داریم. باقی مانده ۴۶ بر ۹ برابر ۱ است، بنابراین باقی مانده  $46^9$  بر ۹ برابر

$1^9 = 1$  می‌باشد، لذا  $1 - 1 = 0$  می‌باشد که بر ۹ بخش پذیر است.

۵۷- گزینه‌ی «۲»

با توجه به نکته‌ی ۳ داریم:

$$\begin{array}{c|c} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c|c} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 3^2 \times 4^2 \times 6^2 = 3^2 \times 2^6 \times 2^2 \times 3^2 = 3^4 \times 2^8$$

۵۸- گزینه‌ی «۱»

با توجه به نکته‌ی ۶ داریم:

$$6 \times 7! = (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 7! = \overbrace{(2 \times 3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}^{10} \times 7! = 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 5040$$





۵۹- گزینه‌ی «۲» به تقسیم‌های زیر دقت کنید:

$$\begin{array}{r} 55 \overline{) 549} \\ 54 \phantom{0} \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 555 \overline{) 55292} \\ 552 \phantom{00} \\ \hline 92 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5555 \overline{) 5550925} \\ 5550 \phantom{00} \\ \hline 925 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55555 \overline{) 555549259} \\ 55554 \phantom{000} \\ \hline 9259 \end{array}$$

در چهارمین مرحله باقی‌مانده تکرار می‌شود، باقی‌مانده تقسیم  $1386 \div 4$  برابر ۲ است که در مرحله دوم باقی‌مانده برابر ۳ می‌شود

$$9^{12} + 3^{25} \longrightarrow 1 + 3^1 = 4$$

با توجه به نکته‌ی ۱۰ داریم:

۶۰- گزینه‌ی «۴»

۶۱- گزینه‌ی «۳»

$$A = 1378^{2004} \xrightarrow{\text{یکان}} 8^4 = 4096 \xrightarrow{\text{یکان}} 6$$

$$B = 1996^{1382} \xrightarrow{\text{یکان}} 6$$

$$A + B = 6 + 6 = 12 \xrightarrow{\text{یکان}} 2$$





## فصل دوم: مقسوم‌علیه‌های یک عدد...

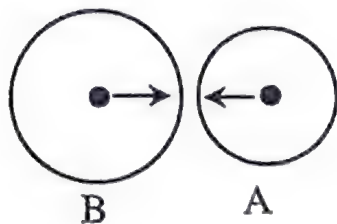
(نمونه دولتی ۷۱)

۱- حاصل عبارت  $\frac{(48 \square 24) \square 12}{18 \square 12}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۸۴۰ (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۱۸

۲- محیط چرخ A برابر ۱۲۰cm و محیط چرخ B برابر ۱۵۰cm می‌باشد، چرخ B چند دور باید بزند تا برای بار پنجم دو علامت مقابل هم قرار بگیرند؟

(نمونه دولتی ۷۱)



(۱) ۱۶

(۲) ۲۰

(۳) ۱۲

(۴) ۲۴

شکل در حضور مولف

۳- بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد  $3^2 \times 5^3 \times 7$  و  $2^3 \times 3^3 \times 5$  برابر است با:

(تیزهوشان)

- (۱) ۱۳۵ (۲)  $15^4$  (۳) ۴۵ (۴) ۱۴

۴- اگر  $B = 6axb^3$  و  $A = 2a^2bc$  باشد، آن‌گاه  $A \square B$  برابر است با:

(تیزهوشان ۷۹)

- (۱)  $24a^2bcx$  (۲)  $12a^2b^2cx$  (۳)  $2ab$  (۴)  $ab$

۵- عدد ۳۶۰ چند مقسوم علیه دارد؟

(تالیفی)

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۲۷ (۴) ۲۵

۶- کدام صحیح است؟

(نمونه دولتی ۷۳)

(۱) اگر عدد زوج باشد، اول نیست.

(۲) هر عدد طبیعی حداقل یک مقسوم علیه اول دارد.

(۳) ۱ مقسوم علیه اول ندارد.

(۴) عدد ۳۰ دارای ۴ مقسوم علیه اول است.

۷- تعداد مقسوم علیه‌های عدد  $49^7$  کدام است؟

(تیزهوشان)

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴

۸- ساده شده کسر  $\frac{170}{374}$  کدام است؟

(نمونه دولتی ۷۳)

- (۱)  $\frac{-85}{182}$  (۲)  $\frac{85}{34}$  (۳)  $\frac{17}{34}$  (۴)  $\frac{-5}{11}$

۹- اگر a یک عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشد، کدام مطلب زیر صحیح است؟

(المپیاد ۱۱-۷۵)

(۱) تمام مقسوم علیه‌های عدد a زوج است.

(۲) تمام مقسوم علیه‌های عدد a فرد هستند.

(۳) فقط عدد یک، مقسوم علیه عدد a است.

(۴) عدد a مقسوم علیه ندارد.



۱۰- اگر  $b$  و  $a$  دو عدد  $a < b$  و  $b$  برابر ۶ و کم آن‌ها ۳۶ باشد و مجموعشان برابر ۳۰ باشد. حاصل  $2a + b$  کدام است؟ (انرژی اتمی-۸۰)

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۸ (۳) ۳۶ (۴) ۶۶

۱۱-  $b$  با هر عددی برابر است با: (نمونه دولتی-۷۸)

- (۱) خود آن عدد (۲) ندارد (۳) صفر (۴) یک

۱۲- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک اعداد ۱۱۰۰ و ۱۴۰۰ و ۱۵۰۰ کدام است؟ (انرژی اتمی-۷۴)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۳۰۰

۱۳- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۳ و کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها ۱۳۵ می‌باشد. در صورتی که یکی از آن دو عدد ۱۵ باشد، عدد دیگر ..... است. (نمونه دولتی-۷۹)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۳۵ (۳) ۱ (۴) ۲۷

۱۴- به جای  $x$  چه عددی قرار دهیم تا عدد  $A = 2 \times 3^x$  دارای ۱۶ مقسوم‌علیه باشد؟ (علامه طباطبائی-۸۰)

- (۱) ۱۵ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۱۵- حاصل ضرب همه مقسوم‌علیه‌های  $9^9$  چند است؟ (تیزهوشان)

- (۱)  $3^{171}$  (۲)  $3^{172}$  (۳)  $3^{100}$  (۴)  $3^{101}$

۱۶- تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۳۷۷ برابر است با: (انرژی اتمی-۷۷)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۷- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۷ و کوچک‌ترین مضرب مشترک آن دو عدد ۲۱۰ می‌باشد، در صورتی که یکی از آن دو عدد ۳۵ باشد، عدد دیگر کدام است؟ (نمونه دولتی-۸۰)

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۲ (۳) ۲۴۵ (۴) ۵

۱۸- تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد ۹۰۰ چند برابر تعداد مقسوم‌علیه‌های اول این عدد است؟ (مسابقات علمی)

- (۱) ۹ برابر (۲) ۶ برابر (۳) ۲۷ برابر (۴) ۲ برابر

۱۹- اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های  $x^{n+1} \times y^2$  برابر ۲۴ باشد، مقدار  $n$  برابر است با:  $x$  و  $y$  عامل اول هستند. (علامه طباطبائی-۸۲)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۰- اگر عدد ۹ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد و ۳۶۰ کوچک‌ترین مضرب مشترک آن دو عدد باشد، در صورتی که یکی از آن دو عدد ۴۵ باشد، عدد دیگر کدام است؟ (نمونه دولتی-۸۳)

- (۱) ۳۶ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۶۲ (۴) ۷۲

۲۱- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۲۴ کدام است؟ (مفید-۷۶)

- (۱)  $\{1, 2, 4, 6, 12, 24\}$  (۲)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$   
(۳)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$  (۴)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 24\}$





(مفید ۷۸)

۲۲- کدام یک، مجموعه مقسوم علیه های عدد ۶ است؟

- (۱)  $\{2, 3\}$  (۲)  $\{1, 2, 3\}$  (۳)  $\{2, 3, 6\}$  (۴)  $\{1, 2, 3, 6\}$

(انرژی اتمی ۷۳)

۲۳- بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک سه عدد ۱۲ و ۳۰ و ۵۱ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۴- اگر تعداد سیب های یک جعبه دو تا دوتا، سه تا سه تا، پنج تا پنج تا و هفت تا هفت تا شمارش شود

(المپیاد ریاضی ۷۶)

در هر مرتبه یک سیب باقی می ماند. سیب های این جعبه حداقل چند تا است؟

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۲۱۰ (۳) ۲۱۱ (۴) ۱۰۶

(انرژی اتمی ۷۷)

۲۵- اگر  $a \cap b = 1$  و  $\frac{a}{b} = \frac{7}{91}$  باشد،  $a + b$  چقدر است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۹۸ (۳) ۲۰ (۴) ۹۲

(انرژی اتمی ۷۸)

۲۶- ب م م و ک م م اعداد ۲۰ و ۱۲ و ۱۵ کدام است؟

- (۱) ۱ و ۱۲ (۲) ۳۰ و ۶۰ (۳) ۳ و ۶۰ (۴) ۱ و ۶۰

(علامه طباطبائی ۷۹)

۲۷- حاصل  $(a \cap b) \cup (a^3 \cap a)$  کدام است؟

- (۱)  $a$  (۲)  $b$  (۳)  $a \cap b$  (۴)  $a \cup b$

(مفید ۷۹)

۲۸- تعداد مقسوم علیه های طبیعی عدد ۷۲ چند تا است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۲۹- سه نفر در پارک یکدیگر را ملاقات می کنند. اولی می گوید هر ۱۰ روز یک بار به پارک می آید، دومی

می گوید هر ۶ روز یک بار به پارک می آید و نفر سوم هر ۱۵ روز یک بار به پارک می آید. این سه نفر پس از

چند روز برای بار دوم می توانند هم دیگر را ملاقات کنند؟

(خانه المپیاد ۷۹)

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۵ (۴) ۳۰

(تیزهوشان)

۳۰- کم م دو عدد  $A = 2^a \times 3$  و  $B = 2 \times 3^b$  برابر ۷۲ می باشد،  $a, b$  عبارت اند از:

- (۱) ۳، ۲ (۲) ۳، ۳ (۳) ۲، ۴ (۴) ۲، ۳

(مسابقات علمی)

۳۱- ب م م دو عدد  $A = 2^3 \times 3^2 \times 7$  و  $B = 2^2 \times 3^2 \times 5$  کدام است؟

- (۱)  $2^2 \times 3^2$  (۲)  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$  (۳)  $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$  (۴) هیچ کدام

(تألیفی)

۳۲- تعداد مقسوم علیه های اول عدد ۱۸۰ چند تا است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۳- در یک کیسه تعدادی گردو داریم، که تعداد آنها از ۱۰۰ کم تر است، اگر یک گردو را کنار بگذاریم،

گردوهای درون کیسه مضربی از ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ می شود، درون کیسه چند گردو بوده است؟ (لمونه فرهنگ ۷۹)

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۱ (۳) ۶۰ (۴) ۸۱



۳۴- اگر  $a$  و  $b$ ، طول و عرض مستطیل باشند و  $a \cap b = 7$  و  $a \sqcup b = 140$  باشد، مساحت مستطیل چند است؟ (المپیاد کره ۷۹)

- (۱) ۲۰ (۲) ۹۸۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۸۹۰

۳۵-  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی هستند،  $\frac{a \cap (a \sqcup b)}{a \sqcup (a \cap b)}$  کدام است؟ (المپیاد ۸۱)

- (۱)  $\frac{a}{a}$  (۲)  $\frac{a}{b}$  (۳)  $a$  (۴)  $\frac{b}{a}$

۳۶- بزرگ‌ترین عدد سه رقمی که بر اعداد ۳۵، ۱۴، ۶ بخش پذیر است، کدام است؟ (المپیاد ۸۰)

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۴۲۰ (۳) ۶۳۰ (۴) ۸۴۰

۳۷- حاصل عبارت  $\frac{5^2 - 1^2}{2^3 \times 1^3} \div \frac{2^3 \times 1^3}{(24 \sqcup 48) \cap (32 \sqcup 8) \cap (36 \sqcup 24)}$  کدام است؟ (مسابقات علمی ۸۳)

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳) ۱۸ (۴) ۸۱

۳۸- کدام جمله نادرست است؟ (مفید ۷۶)

(۱) هر عدد طبیعی حداقل یک مقسوم علیه اول دارد.

(۲) تنها مقسوم علیه اول عدد ۱۷ خود ۱۷ است.

(۳) هر عدد مرکب را می‌توان به صورت حاصل ضرب اعداد اول نوشت.

(۴) عدد زوج اول هم داریم.

۳۹- حاصل ضرب همه مقسوم علیه‌های مثبت عدد ۱۰۰ برابر است با: (علامه طباطبایی ۷۹)

- (۱)  $10^5$  (۲)  $10^7$  (۳)  $10^8$  (۴)  $10^9$

۴۰- اگر دو عدد  $x, y$  اول باشند، نسبت ب.م.م این دو عدد به ک.م.ا آن‌ها کدام است؟ (نمونه دولتی ۸۴)

- (۱)  $\frac{x}{y}$  (۲)  $xy$  (۳)  $\frac{1}{xy}$  (۴)  $\frac{y}{x}$

۴۱- مجموع مقسوم علیه‌های عدد ۳۰ برابر است با: (علامه طباطبایی ۷۸)

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۴۲ (۴) ۷۲

۴۲- تعداد مقسوم علیه‌های عدد  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$  کدام است؟ (الزوی اتمی ۸۰)

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۲۲۵

۴۳- ب.م.م دو عدد متوالی برابر است با: (تألیفی)

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) عد کوچک‌تر (۴) عدد بزرگ‌تر



(مفیده ۸۰)

۴۴- اگر  $۱۸a \sqcap ۱۲a = ۴۲$  باشد، حاصل  $۱۸a \sqcup ۱۲a$  کدام است؟

- (۱) ۱۶۸ (۲) ۲۵۲ (۳) ۸۴ (۴) ۲۷۸

۴۵- عددی دارای ۱۳ مقسوم علیه است، مکعب آن عدد دارای چند مقسوم علیه است. ؟ (علامه طباطبائی ۸۳)

- (۱) ۲۶ (۲) ۲۷ (۳) ۳۷ (۴) ۳۹

۴۶- مردی هفت دوست صمیمی دارد اولی هر شب، دومی یک شب در میان، سومی دو شب در میان و... و هفتمی سب های هفتم با او دیدار می کنند، تصادفاً یک شب همه آنها پیش او بودند، چند شب دیگر طول می کشد تا همه دوستان او باز هم به دیدار او بروند؟ (الزئی اتمی ۷۷)

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۴۲۰ (۴) ۴۸۰

۴۷- اگر کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  برابر نصف مجموع آنها باشد، آن گاه بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک  $a$  و  $b$  کدام است؟ (علامه طباطبائی ۸۳)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $a$  (۴)  $\frac{a+b}{2}$

۴۸- ب م م دو عدد ۲۸ و یکی از آن دو عدد ۵۶۰ است، عدد دیگر کدام گزینه نمی تواند باشد؟ (الزئی اتمی ۸۲)

- (۱) ۲۸ (۲) ۵۶ (۳) ۷۰ (۴) ۸۴

۴۹- تعداد مقسوم علیه های مثبت یک عدد فرد:

(۱) حتماً زوج است. (۲) حتماً فرد است. (۳) حتماً اول است. (۴) می تواند زوج یا فرد باشد.

۵۰- نخستین سال قرن بیست و یکم که باقی مانده تقیسم آن بر اعداد ۷ و ۱۱ و ۱۳ برابر ۳ می باشد، کدام است؟ (نمونه دولتی ۸۵)

- (۱) ۲۰۰۱ (۲) ۲۰۰۲ (۳) ۲۰۰۵ (۴) ۲۰۰۶

۵۱- اگر  $a, b$  اعداد طبیعی باشند و  $a \times b = c$  باشد، آنگاه:

(۱)  $c$  عددی صحیح نیست. (۲)  $a, b$  مقسوم علیه های عدد  $c$  می باشند.

(۳)  $c$  مقسوم علیه  $a, b$  می باشد. (۴)  $c$  دارای دو مقسوم علیه است.

۵۲- کسر تحویل ناپذیر (ساده نشدنی)  $\frac{a}{b}$  برابر  $\frac{۴۶۲}{۵۹۴}$  است.  $a + b$  کدام است؟ (الزئی اتمی ۸۶)

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۵۳- کم م اعداد ۵۴ و ۴۸ و ۳۶ کدام است؟ (هماهنگ مداس ۸۶)

- (۱) ۶۴۸ (۲) ۵۷۶ (۳) ۴۳۲ (۴) ۲۸۸

۵۴- چند تا عدد وجود دارد که کوچک تر از صد بوده و بر ۶ و ۸ بخش پذیر باشند؟ (نمونه دولتی ۸۷)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱۷ (۴) ۲۲





## پاسخ تشریحی: مقسوم‌علیه‌های یک عدد، ...

۱- گزینه‌ی «۳»

$$\frac{(48 \sqcap 24) \sqcup 12}{18 \sqcup 12} = \frac{24 \sqcup 12}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

۲- گزینه‌ی «۲»

$$150 \sqcup 120 = 600$$

پس هر ۶۰۰cm دو علامت رو بروی هم قرار می‌گیرند (چرخ A پنج دور و چرخ B چهار دور). چرخ B برای بار پنجم باید ۲۰ دور بزند، زیرا:

$$4 \times 5 = 20 \text{ دور}$$

۳- گزینه‌ی «۳»

**نکته‌ی ۳:** اگر دو عدد را به عوامل اول تجزیه کنیم، برای محاسبه ب.م.م و ک.م.م از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

حاصل ضرب عوامل مشترک با توان کم‌تر = ب.م.م

حاصل ضرب عوامل مشترک و غیرمشترک با توان بیش‌تر = ک.م.م

$$\text{ب.م.م} = 3^2 \times 5^1 = 9 \times 5 = 45$$

۴- گزینه‌ی «۳»

$$A = 2 \times a^2 bc \text{ و } B = 2 \times 3 \times a x b^2$$

$$A \sqcap B = 2 \times a \times b = 2ab$$

۵- گزینه‌ی «۱»

**نکته‌ی ۲:** اگر عدد A را به عوامل اول تجزیه کنیم: (c, b, a) عوامل اولند

$$A = a^\alpha \times b^\beta \times c^\gamma$$

تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد A برابر است با:

$$n = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1)$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

$$(3+1)(2+1)(1+1) = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

۳۶۰	۲
	۵
۳۶	۲
۱۸	۲
۹	۳
۳	۳
۱	

۶- گزینه‌ی «۳»



با توجه به نکته ی ۲ داریم:

۷- گزینه ی «۳»

$$49^7 = (7^2)^7 = 7^{14}$$

$$= (14 + 1) = 15 \quad \text{تعداد مقسوم علیه ها}$$

۸- گزینه ی «۴»

نکته ی ۳: برای این که کسری را در یک مرحله ساده کنیم کافی است صورت و مخرج کسر را بر ب.م.م آن ها ساده کنیم.

	۲	۵	
۳۷۴	۱۷۰	(۳۴)	۰
۳۴۰	۱۷۰		

$$\Rightarrow 374 \sqcap 170 = 34$$

$$\frac{-170 \div 34}{374 \div 34} = -\frac{5}{11}$$

۹- گزینه ی «۲»

نکته ی ۴: تنها عدد اول زوج عدد ۲ است و بقیه اعداد اول فرد هستند، ضمن این که هر عدد اول دو مقسوم علیه دارد که عبارتند از یک و خودش.

۱۰- گزینه ی «۱»

حاصل ضرب دو عدد = ک.م.م  $\times$  ب.م.م

نکته ی ۵:

$$\begin{cases} a \times b = 6 \times 36 \\ a + b = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 18 \end{cases}$$

$$2a + b = 2(12) + 18 = 42$$

بنابراین:

۱۱- گزینه ی «۴»

$$(1500 \sqcap 1400) \sqcap 1100 = 100 \sqcap 1100 = 100$$

۱۲- گزینه ی «۲»

با توجه به نکته ی ۵ داریم:

۱۳- گزینه ی «۴»

$$a \times b = (a \sqcap b)(a \sqcup b) \Rightarrow a = \frac{3 \times 135}{15} = 27$$

با توجه به نکته ی ۲ داریم:

۱۴- گزینه ی «۳»

$$A = 2^1 \times 3^x$$

$$16 = (1+1)(x+1) \Rightarrow x+1=8 \Rightarrow x=7$$



۱۵- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۶: حاصل ضرب همه مقسوم‌علیه‌های هر عدد برابر است با خود عدد به توان نصف تعداد مقسوم‌علیه‌هایش، یعنی اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد  $A$  را  $M$  فرض کنیم، حاصل ضرب مقسوم‌علیه‌های عدد  $A$  برابر است با:

$$A^{\frac{M}{2}}$$

$$9^9 = (3^2)^9 = 3^{18}$$

$$9^9 \text{ تعداد مقسوم‌علیه‌های } = 18 + 1 = 19$$

$$9^9 \text{ حاصل ضرب مقسوم‌علیه‌های } = (9^9)^{\frac{19}{2}} = \left[(3^2)^9\right]^{\frac{19}{2}} = (3^{18})^{\frac{19}{2}} = 3^{171}$$

۱۶- گزینه‌ی «۴»

۱۳۷۷	۳
۴۵۹	۳
۱۵۳	۳
۵۱	۳
۱۷	۱۷
۱	

$$1377 = 3^4 \times 17^1$$

$$\text{تعداد مقسوم‌علیه‌ها} = (4+1)(1+1) = 5 \times 2 = 10$$

۱۷- گزینه‌ی «۲»

$$a \times b = (a \sqcap b)(a \sqcup b) \Rightarrow a = \frac{(a \sqcap b)(a \sqcup b)}{b} = \frac{7 \times 210}{5} = 42$$

۱۸- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۷: اگر عدد  $A$  را به عوامل اول تجزیه کنیم، مقسوم‌علیه‌های اول  $A$  به دست می‌آیند.

$$900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$900 \text{ تعداد مقسوم‌علیه‌ها} = (2+1)(2+1)(2+1) = 27$$

$$900 \text{ مجموعه مقسوم‌علیه‌های اول} = \{2, 3, 5\}$$

$$27 \div 3 = 9$$

۹۰۰	۲
	۵
۹۰	۲
	۵
۹	۳
۳	۳
۱	

$$\text{عدد} = x^{n+1} \times y^3$$

$$\text{تعداد مقسوم‌علیه‌ها} = (n+1+1)(3+1) = 24 \Rightarrow 4(n+2) = 24 \Rightarrow n+2 = 6 \Rightarrow n = 4$$

۱۹- گزینه‌ی «۳»

۲۰- گزینه‌ی «۴»

$$a = \frac{(a \sqcap b)(a \sqcup b)}{b} = \frac{9 \times 360}{45} = 72$$





۲۱- گزینه‌ی «۲»

۲۲- گزینه‌ی «۴»

۲۳- گزینه‌ی «۳»

۲۴- گزینه‌ی «۳»

۲۵- گزینه‌ی «۱»

$$(51 \cap 30) \cap 12 = 3 \cap 12 = 3$$

$$(2 \cup 3 \cup 5 \cup 7) + 1 = 210 + 1 = 211$$

چون  $a \cap b = 1$  است، باید  $\frac{7}{91}$  را تا سرحد امکان ساده کنیم:

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{91} = \frac{1}{13} \Rightarrow a = 1 \text{ و } b = 13$$

$$a + b = 1 + 13 = 14$$

۲۶- گزینه‌ی «۴»

$$(20 \cap 15) \cap 12 = 5 \cap 12 = 1$$

$$(20 \cup 15) \cup 12 = 60 \cup 12 = 60$$

۲۷- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۸: اگر  $a, b$  اعدادی طبیعی باشد، آن‌گاه:

$$(a^n \cap a) = a$$

$$(n > 1) \quad n \in \mathbb{N}$$

$$a \cup (a \cap b) = a$$

$$(a^r \cap a) \cup (a \cap b) = a \cup (a \cap b) = a$$

۲۸- گزینه‌ی «۳»

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$72 = \text{تعداد مقسوم‌علیه‌های } 72 = (3+1)(2+1) = 4 \times 3 = 12$$

۲۹- گزینه‌ی «۴»

$$(10 \cup 6) \cup 15 = 30 \cup 15 = 30$$

۳۰- گزینه‌ی «۴»

$$A = 2^a \times 3 \text{ و } B = 2 \times 3^b$$

$$A \cup B = 2^a \times 3^b = 72 = 2^3 \times 3^2 \Rightarrow a = 3 \text{ و } b = 2$$

۳۱- گزینه‌ی «۱»

$$A \cap B = 2^2 \times 3^2$$



۳۲- گزینهی «۲»

۱۸۰	۲
	۵
۱۸	۲
۹	۳
۳	۳
۱	

$$\{2, 3, 5\} = \text{مجموعه مقسوم علیه های اول } 180$$

$$(6 \sqcup 5 \sqcup 4 \sqcup 3 \sqcup 2) + 1 = 60 + 1 = 61$$

۳۳- گزینهی «۲»

۳۴- گزینهی «۲»

$$a \times b = \text{مساحت مستطیل}$$

$$a \times b = (a \sqcap b)(a \sqcup b) = 7 \times 140 = 980$$

۳۵- گزینهی «۱»

$$\frac{a \sqcap (a \sqcup b)}{a \sqcup (a \sqcap b)} = \frac{a}{a} = 1$$

۳۶- گزینهی «۴»

$$(35 \sqcup 14) \sqcup 6 = 70 \sqcup 6 = 210$$

بزرگترین عدد سه رقمی با این ویژگی برابر  $210 \times 4 = 840$  می باشد.

۳۷- گزینهی «۳»

$$\frac{5^2 - 1^2}{(36 \sqcup 24) \sqcap (22 \sqcup 8)} \div \frac{2^2 \times 1^2}{(24 \sqcup 48)} = \frac{25 - 1}{72 \sqcap 32} \div \frac{8 \times 1}{48} = \frac{24}{8} \div \frac{8}{48} = \frac{24}{8} \times \frac{48}{8} = \frac{3}{1} \times \frac{6}{1} = 18$$

هر عدد طبیعی بزرگتر از یک حداقل یک مقسوم علیه اول دارد.

۳۸- گزینهی «۱»

با توجه به نکتهی ۶ داریم:

۳۹- گزینهی «۴»

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

$$M = (2+1)(2+1) = 3 \times 3 = 9$$

$$100^{\frac{9}{2}} = (10^2)^{\frac{9}{2}} = 10^9$$

۴۰- گزینهی «۳»

نکتهی ۹: ب.م.م دو عدد اول برابر یک و ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آن هاست.



$$\frac{x \sqcap y}{x \sqcup y} = \frac{1}{xy}$$



۴۱- گزینه‌ی «۴»

$$1+2+3+5+6+10+15+30=72$$

۴۲- گزینه‌ی «۱»

$$A = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

$$A = 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 5 \times 2 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$$

$$A = \text{تعداد مقسوم‌علیه‌های } A = (8+1)(4+1)(2+1)(1+1) = 9 \times 5 \times 3 \times 2 = 270$$

۴۲- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۱۰: ب.م.م دو عدد طبیعی برابر یک و ک.م.م آن‌ها برابر حاصل‌ضرب آن‌هاست.

۴۴- گزینه‌ی «۲»

$$18a \sqcap 12a = 6a = 42 \Rightarrow a = 7$$

$$18a \sqcup 12a = 36a = 36 \times 7 = 252$$

چون این عدد دارای ۱۳ مقسوم‌علیه است لذا، به صورت  $a^{12}$  می‌باشد که مکعب آن برابر

۴۵- گزینه‌ی «۳»

$$a^{36} = (a^{12})^3 \text{ می‌باشد. بنابراین } 36 + 1 = 37 \text{ مقسوم علیه دارد.}$$

$$1 \sqcup 2 \sqcup 3 \sqcup 4 \sqcup 5 \sqcup 6 \sqcup 7 = 420$$

۴۶- گزینه‌ی «۳»

ک.م.م دو عدد نمی‌تواند برابر نصف مجموع آن عدد باشد مگر این‌که دو عدد مساوی باشند.

۴۷- گزینه‌ی «۴ و ۳»

در این صورت نصف مجموع آن دو عدد برابر است با هریک از آن دو عدد. بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ درست می‌باشند!

۴۸- گزینه‌ی «۳»

۴۹- گزینه‌ی «۴»

۵۰- گزینه‌ی «۳»

$$(12 \sqcup 11) \sqcup 7 = 1001$$

$$2002 + 3 = 2005$$

اولین سال قرن بیست و یکم برابر  $2002 = 1001 \times 2$  می‌باشد، حال داریم:

۵۱- گزینه‌ی «۲»

با توجه به نکته‌ی ۳ داریم:

۵۲- گزینه‌ی «۳»

	۱	۳	۲	
۵۹۴	۴۶۲	۱۳۲	۶۶	۰
۴۶۲	۳۹۶	۱۳۲		

$$\Rightarrow 594 \sqcap 462 = 66$$

$$\frac{462 \div 66}{594 \div 66} = \frac{7}{9}$$

$$a + b = 7 + 9 = 16$$



۵۴-گزینہی «۲»

بنابراین اعداد عبارتند از: ۲۴ و ۴۸ و ۷۲ و ۹۶.

نیادداشت